

Detektory gazowe w polu magnetycznym.

Własności detektorów gazowych zależą od dryfu elektronów i jonów, które są generowane przez rejestrowaną cząstkę albo w lawinie elektronowej przy anodzie. Ponadto oprócz pola elektrycznego, mamy pole magnetyczne. Chcemy wiedzieć, jak wektor prędkości unosu (dryfu), w polu elektrycznym i magnetycznym zależy od własności molekuł gazu roboczego detektora, jego gęstości i temperatury.

Ruch cząstek naładowanych w polu elektrycznym o natężeniu \vec{E} i polu magnetycznym o indukcji \vec{B} może być opisany równaniem ruchu:

$$m \frac{d\vec{u}}{dt} = q\vec{E} + q(\vec{u} \times \vec{B}) - \beta\vec{u}, \quad (1)$$

gdzie: m i q są masą i ładunkiem cząstki poruszającej się, \vec{u} wektorem jej prędkości, $\beta \left[\frac{kg}{s} \right]$ opisuje siły oporu ośrodka proporcjonalne do \vec{u} .

Stosunek $\frac{m}{\beta}$ ma wymiar charakterystycznego czasu i definiujemy,

$$\tau = \frac{m}{\beta}.$$

Równanie (1) jest niejednorodnym równaniem różniczkowym dla każdej składowej wektora prędkości \vec{u} .

W stanie ustalonym $\frac{d\vec{u}}{dt} = 0$, ($t \gg \tau$), \vec{u} z dobrym przybliżeniem opisuje dryf cząstek.

Równanie (1), przyjmuje postać: [1, 2, 3, 4].

$$\frac{\vec{u}}{\tau} - \frac{q}{m}(\vec{u} \times \vec{B}) = \frac{q}{m}\vec{E} \quad (2)$$

co jest równoważne trzem równaniami skalarnymi:

$$\frac{u_x}{\tau} - \frac{q}{m}(u_y B_z - u_z B_y) = \frac{q}{m} E_x$$

$$\frac{u_y}{\tau} - \frac{q}{m}(u_z B_x - u_x B_z) = \frac{q}{m} E_y$$

$$\frac{u_z}{\tau} - \frac{q}{m}(u_x B_y - u_y B_x) = \frac{q}{m} E_z$$

Uwzględniając, że: $\frac{q}{m} B_x = \omega_x$, $\frac{q}{m} B_y = \omega_y$, $\frac{q}{m} B_z = \omega_z$ otrzymujemy:

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{\tau} & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & \frac{1}{\tau} & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & \frac{1}{\tau} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix} = \frac{q}{m} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix},$$

stąd:

$$\begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + \omega_x^2 \tau^2 & \omega_z \tau + \omega_x \omega_y \tau^2 & -\omega_y \tau + \omega_x \omega_z \tau^2 \\ -\omega_z \tau + \omega_x \omega_y \tau^2 & 1 + \omega_y^2 \tau^2 & \omega_x \tau + \omega_y \omega_z \tau^2 \\ \omega_y \tau + \omega_x \omega_y \tau^2 & -\omega_x \tau + \omega_y \omega_z \tau^2 & 1 + \omega_z^2 \tau^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} \frac{q\tau}{m(1 + \omega^2 \tau^2)}, \quad (3)$$

gdzie: $\omega^2 = \omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2 = \left(\frac{q}{m} B \right)^2$ jest kwadratem częstości cyklotronowej dryfującej cząstki.

Równanie (3) może być zapisane w formie wektorowej, bardziej przydatnej do analizy ruchu elektronu lub jonu w detektorze.

$$\vec{u} = \frac{q}{m} \tau |\vec{E}| \frac{1}{1+\omega^2 \tau^2} (\hat{E} + \omega \tau (\hat{E} \times \hat{B}) + \omega^2 \tau^2 (\hat{E} \cdot \hat{B}) \hat{B}), \quad (4)$$

\hat{E} i \hat{B} są wersorami pola elektrycznego i magnetycznego.

Kierunek wektora \vec{u} jest determinowany przez wielkość $\omega \tau$.

W najprostszym przypadku, gdy $\vec{B} = 0$, tzn. $\omega \tau = 0$, otrzymujemy:

$$\vec{u} = \frac{q\tau}{m} \vec{E} = \mu \vec{E}, \quad (\mu = \frac{q\tau}{m} - \text{ruchliwość}),$$

\vec{u} jest równoległe do \vec{E} . Dla dużych $\omega \tau$ dominuje czynnik $\omega^2 \tau^2 (\hat{E} \cdot \hat{B}) \hat{B}$ i \vec{u} jest prawie równoległe do \vec{B} .

Patrząc na równanie (4) możemy powiedzieć, że \vec{u} jest sumą trzech składowych, składowej w kierunku pola \vec{E} , składowej w kierunku pola $\vec{E} \times \vec{B}$ i składowej w kierunku pola \vec{B} .

W eksperymentach fizyki wysokich energii, tzw. wielodrutowe centralne detektory śladowe umieszczone są wewnątrz solenoidu.

Dla tych detektorów $\vec{E} \perp \vec{B}$, wtedy:

$$\vec{u} = \frac{q}{m} \tau |\vec{E}| \frac{1}{1+\omega^2 \tau^2} (\hat{E} + \omega \tau (\hat{E} \times \hat{B})). \quad (5)$$

Dla uproszczenia załóżmy że $\vec{E} = [E_x, 0, 0]$ i $\vec{B} = [0, 0, B_z]$, mamy:

$$u_x = \frac{q\tau}{m(1+\omega^2 \tau^2)} |\vec{E}|, \quad (\text{składowa w kierunku pola } \vec{E}) \quad (6a)$$

$$u_y = \frac{q\tau^2 \omega}{m(1+\omega^2 \tau^2)} |\vec{E}|, \quad (6b)$$

$$u_z = 0, \quad (6c)$$

$$\text{tg} \varphi = \frac{u_y}{u_x} = \omega \tau. \quad (6d)$$

φ jest to kąt zawarty między wektorem \vec{u} i wektorem \vec{E} i nosi nazwę kąta Lorentza.

W tym przypadku pole \vec{B} wydłuża trajektorię ruchu elektronów do elektrody zbiorczej.

Jeżeli centralnym detektorem śladowym jest komora dryfowa z projekcją czasu to $\vec{E} \parallel \vec{B}$.

Dla uproszczeń otrzymujemy: ($\vec{E} = [0, 0, E_z]$ i $\vec{B} = [0, 0, B_z]$)

$$\begin{aligned} u_x &= 0 \\ u_y &= 0 \\ u_z &= \frac{q}{m} \tau E_z. \end{aligned}$$

Należy zwrócić uwagę, że jakkolwiek niejednorodność pola \vec{B} , tzn. $B_x \neq 0$ i $B_y \neq 0$,

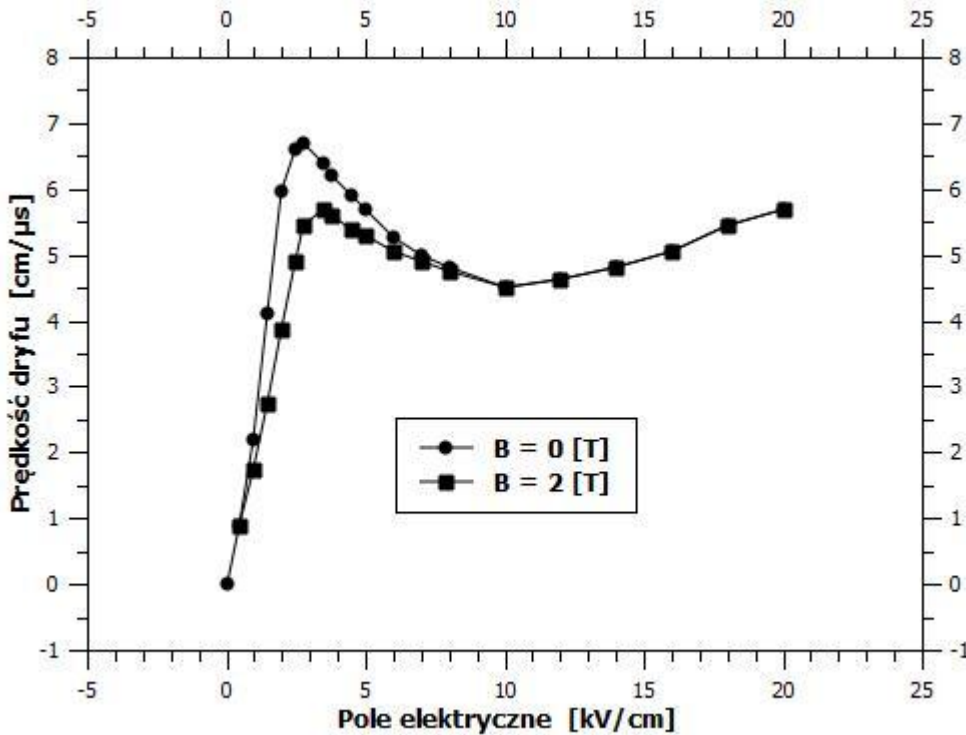
i $B_x \ll B_z$ i $B_y \ll B_z$, to ze względu na dużą wartość u_z , generuje niezaniebywalne wartości u_x i u_y

$$u_x = u_z \frac{\omega^2 \tau^2}{1+\omega^2 \tau^2} \frac{B_x}{|\vec{B}|},$$

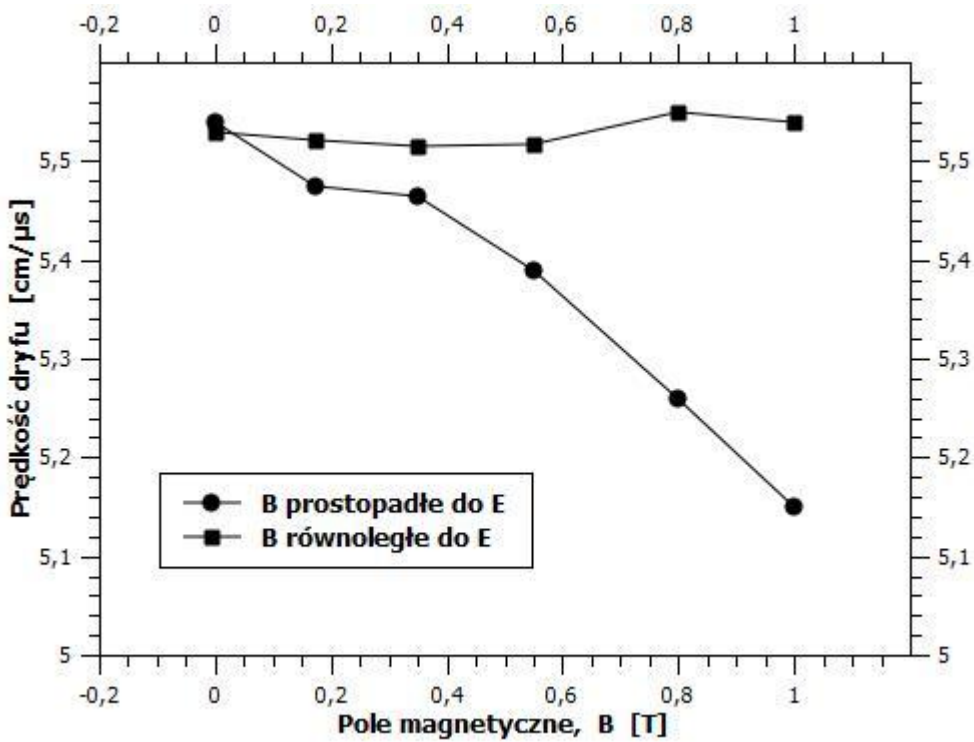
$$u_y = u_z \frac{\omega^2 \tau^2}{1 + \omega^2 \tau^2} \frac{E_y}{|\vec{B}|}, \quad \text{założono, że } \cos \alpha (\vec{E}, \vec{B}) = 1.$$

Czas zbierania ładunków jest krytycznym parametrem dla detektorów gazowych pracujących w eksperymentach fizyki wysokiej energii. Jest zdeterminowany przez prędkość dryfu elektronów, jej zależność od natężenia pola w detektorze i kierunku zewnętrznego pola magnetycznego.

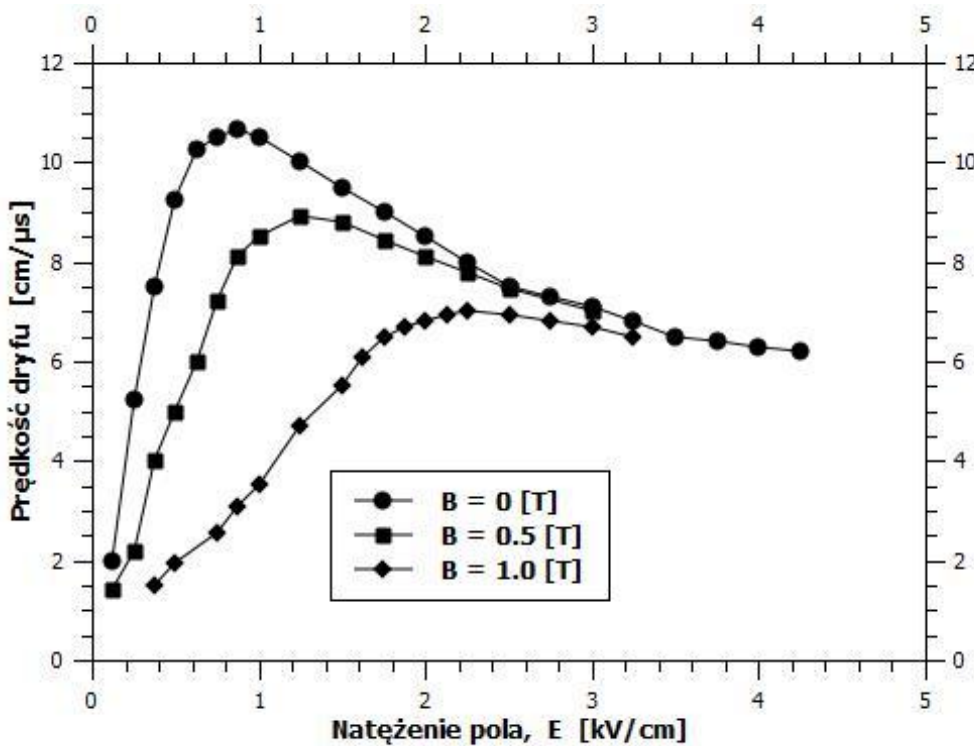
Detektory mogą być położone równoległe do linii sił pola magnetycznego, jak i prostopadle. Obecność pola magnetycznego wydłuża czas zbierania ładunków a wielkość wydłużania zależy od wzajemnej orientacji pól elektrycznego i magnetycznego. Przykładowe zależności prędkości dryfu dla mieszanin stosowanych w eksperymentach fizyki wysokich energii bez i z polem magnetycznym pokazano na rys. 1, 2, 3a i kąta Lorentza pokazano na wykresach 3b i 4b.



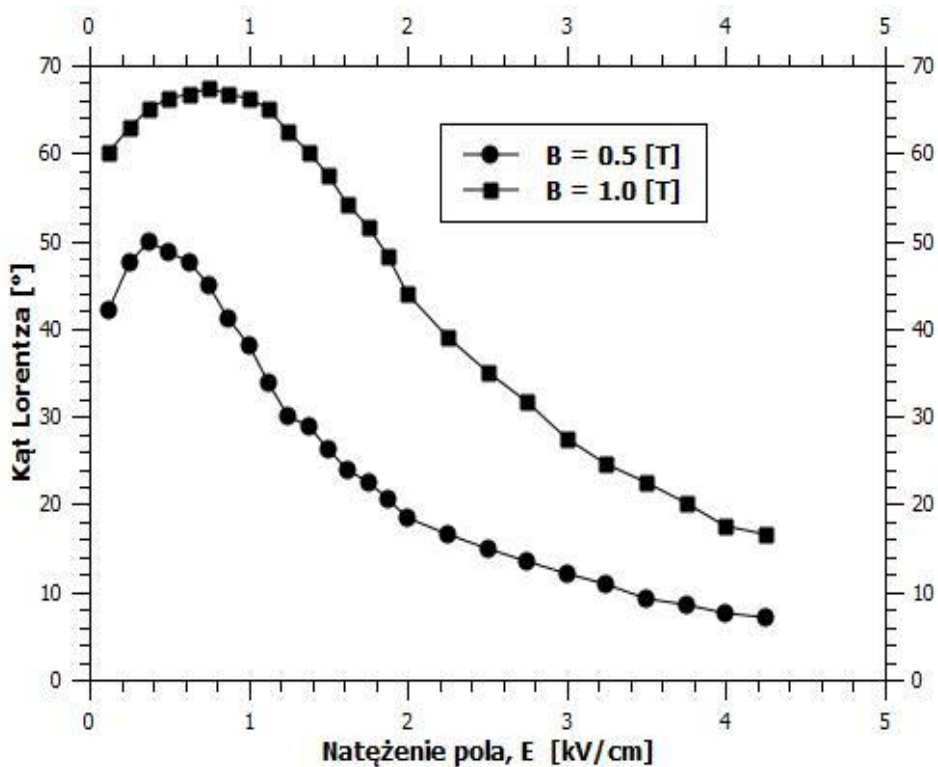
Rys. 1 Zależność prędkości dryfu od natężenia pola elektrycznego w mieszaninie Xe + CO₂ + CF₄ z polem magnetycznym i bez pola magnetycznego [5].



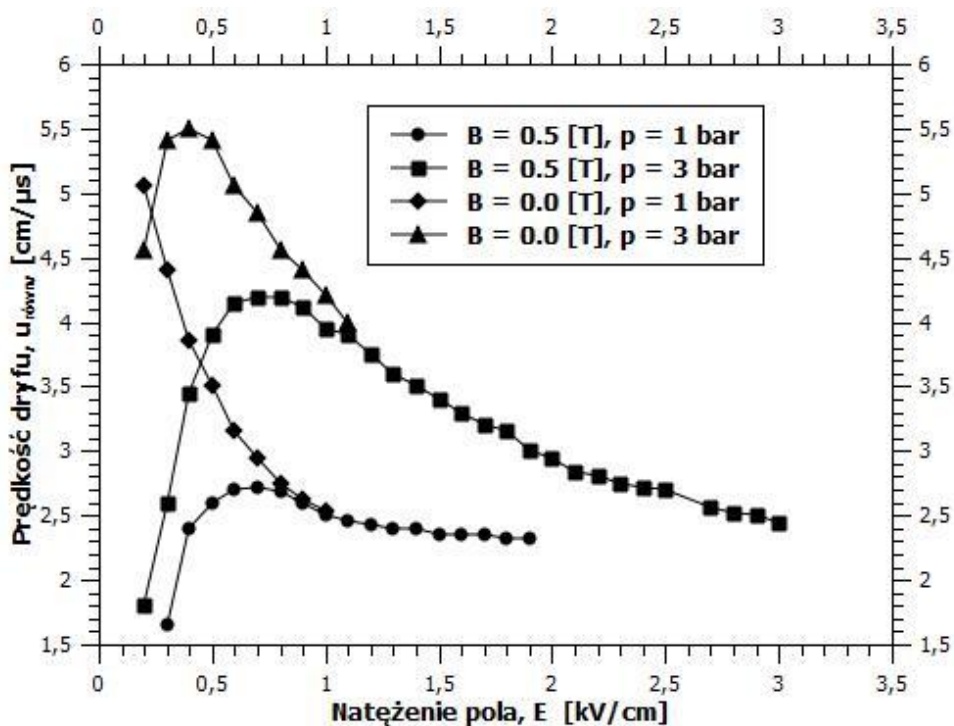
Rys. 2 Zależność prędkości dryfu od wartości indukcji pola magnetycznego dla dwóch konfiguracji: pole B równoległe do pola elektrycznego i pole B prostopadłe do pola elektrycznego (typowe konfiguracje pól E i B w eksperymentach fizycznych). Mieszanina Ar/CO₂, 85/15 [4].



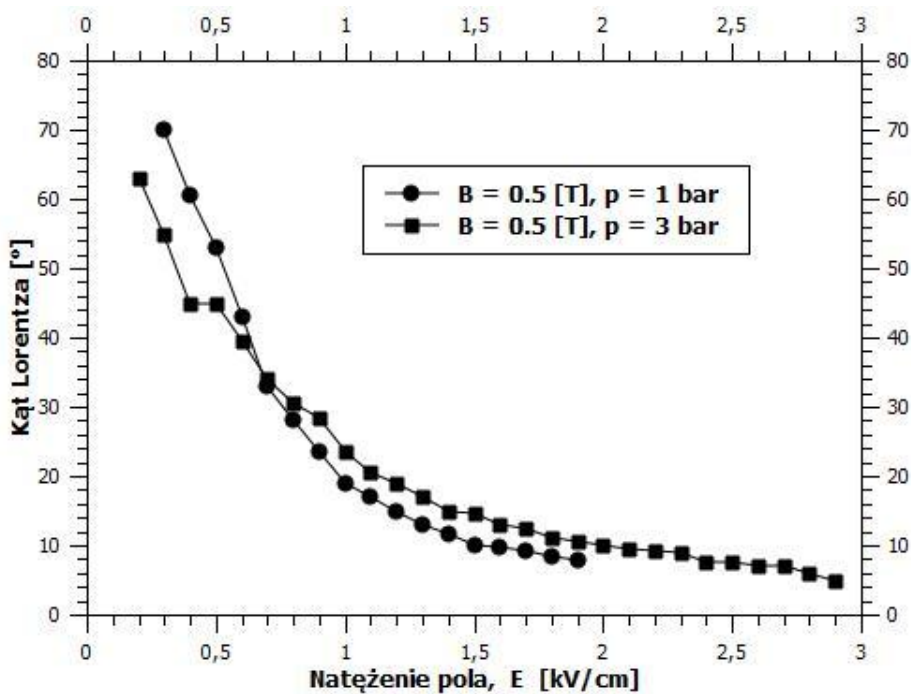
Rys. 3 a Zależność prędkości dryfu elektronów w CH₄ od natężenia a pola elektrycznego dla różnych wartości indukcji pola magnetycznego [6].



Rys. 3 b Zależność kąta Lorentza dla CH_4 od natężenia pola elektrycznego dla różnych wartości indukcji pola magnetycznego [6].



Rys. 4 a Zależność składowej równoległej do pola elektrycznego prędkości dryfu od natężenia pola elektrycznego dla różnych ciśnień gazu roboczego dla mieszaniny Ar/CH_4 , 90/10 [7].

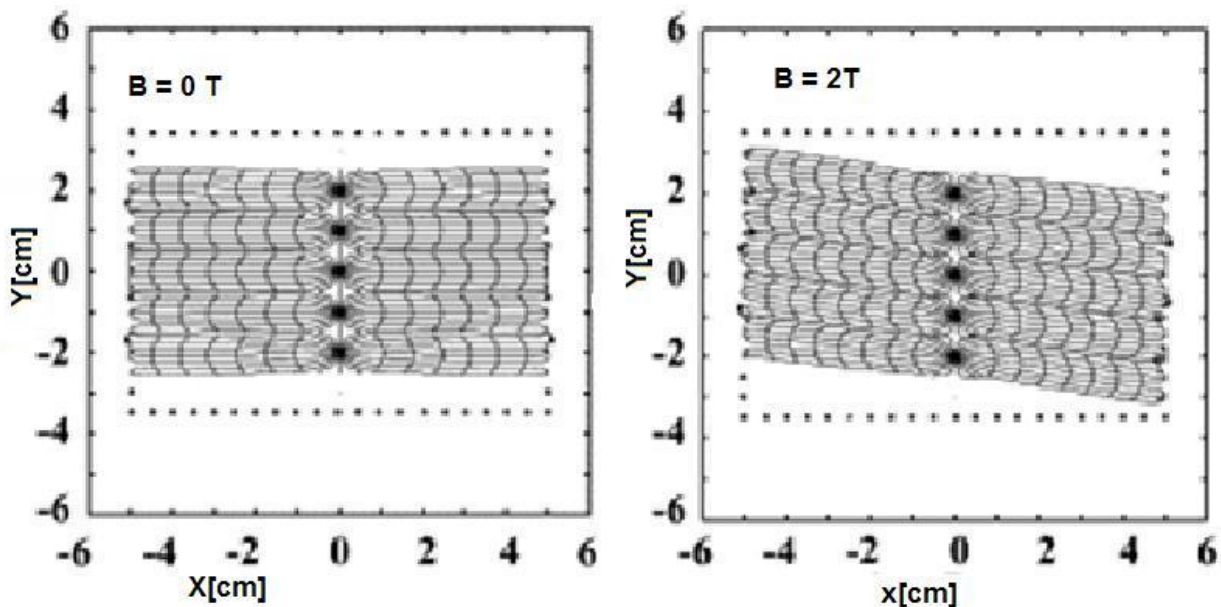


Rys. 4 b Zależność kąta Lorentza od natężenia pola elektrycznego dla różnych ciśnień gazu roboczego, dla mieszaniny Ar/CH₄, 90/10 [7].

W praktyce całkowity czas zbierania zależy od składowej prędkości dryfu równoległej do linii sił pola elektrycznego, rys. 4 a.

Składowa ta maleje gwałtownie w obecności pola magnetycznego, dla natężeń pól elektrycznych poniżej 1kV/cm.

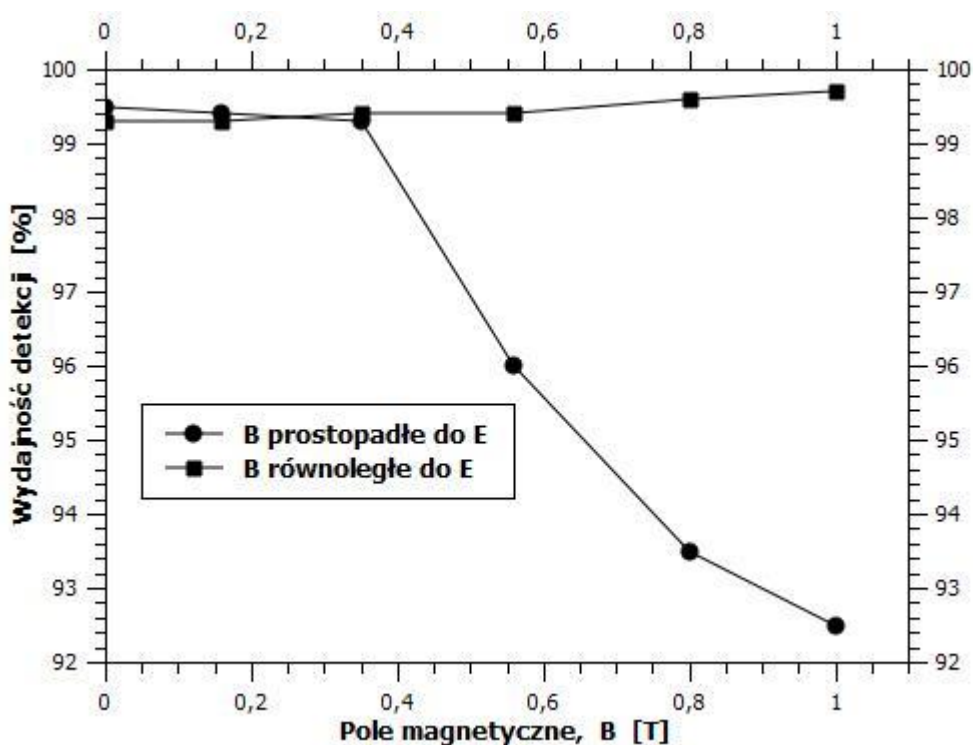
Pola takie występują w detektorze w odległości większej niż 1 mm od osi anody. Oznacza to, że nawet dla detektorów słomkowych o promieniu katody 2 mm, wpływ zewnętrznego pola magnetycznego jest znaczny.



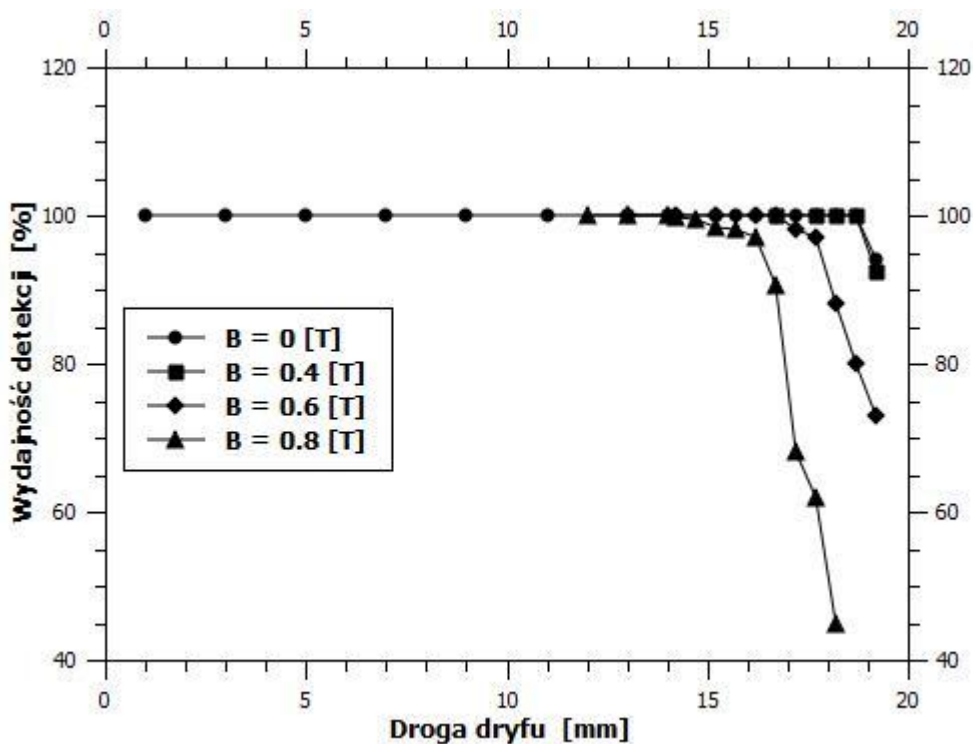
Rys. 5 Kształt linii sił pola elektrycznego i izochron w komorze wielodrutowej bez i z polem magnetycznym.

Na rys. 5 pokazano linie sił pola elektrycznego (linie dryfu elektronów) i izochrony dla typowej geometrii komory dryftowej dla $B = 0$ T i $B = 2$ T. Widać wyraźnie wydłużenie trajektorii ruchu elektronów. Dla pola $B = 2$ T jeszcze wszystkie linie kończą się na drutach potencjałowych, dla B

> 2T, część linii będzie kończyć się na obudowie, co w konsekwencji spowoduje obniżenie wydajności detekcji, rys. 6 i 7.



Rys. 6 Zależność wydajności detekcji promieniowania w funkcji wartości indukcji pola magnetycznego dla dwóch konfiguracji: pole B równoległe do pola elektrycznego i pole B prostopadłe do pola elektrycznego. Mieszanka Ar/CO₂, 85/15 [4].



$$tg\varphi = \omega\tau = \left(\frac{B}{E}\right) u^0, \quad (7)$$

gdzie u^0 jest długością wektora \vec{u} bez pola magnetycznego.

Kąt Lorentza jest często przedstawiany wg wzoru empirycznego, jako:

$$tg\varphi = \psi \cdot \left(\frac{B}{E}\right) \cdot u^0, \quad \text{gdzie:}$$

ψ jest bezwymiarowym współczynnikiem nazywanym współczynnikiem odbicia magnetycznego. W powyższym wyprowadzeniu otrzymaliśmy $\psi = 1$.

Równanie (4.7) przewiduje, że kąt Lorentza jest proporcjonalny do prędkości dryfu bez pola magnetycznego.

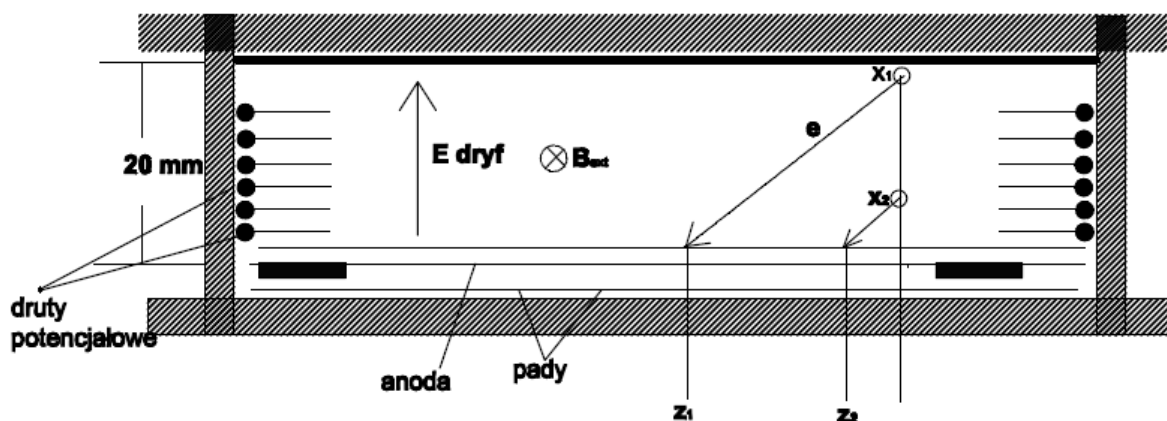
Przyjmując typowe wartości $E = 1.0 \text{ kV/cm}$, $B = 1 \text{ T}$ i $u^0 = 0,8 \text{ cm}/\mu\text{s}$ (dla tzw. mieszaniny zimnej), na kąt Lorentza otrzymujemy:

$$tg\varphi = \left(\frac{B}{E}\right) u^0 = \frac{1(\text{T})}{100(\text{kV/m})} \cdot 0,8(\mu\text{m/ns}) = 0,08.$$

Kąt ten odpowiada przemieszczeniu poprzecznemu dryfujących elektronów o ok. 1,5 mm, przy odległości dryfu ok. 2 cm.

Pomiar kąta Lorentza polega na pomiarze przemieszczenia poprzecznego [7, 8, 9, 10]. Potrzebny jest układ o dobrej przestrzennej zdolności rozdzielczej i małym błędzie systematycznym. Np. niepewność pomiaru przemieszczenia wynosząca ok. 50 μm , daje błąd względny pomiaru kąta Lorentza ok. 3%.

Schemat układu do pomiaru kąta Lorentza, pokazany jest na rys. 8



Rys. 8 Schemat układu do pomiaru kąta Lorentza [7].

Paczka elektronów wygenerowana w obszarze jednorodnego pola E , w punkcie x_1 lub x_2 dryfuje wzdłuż pola w kierunku osi x . Jednorodne pole magnetyczne B , w kierunku osi y , odchyła dryfujące elektrony w kierunku osi z . Wielkość poprzecznego przemieszczenia z_1 lub z_2 po przedryfowaniu odległości x_1 lub x_2 z daje bezpośrednią wartość kąta Lorentza:

$$tg\varphi = \frac{z_1}{x_1} \quad (\text{lub} \quad \frac{z_2}{x_2})$$

Taki pomiar obarczony jest dużą niepewnością systematyczną.

Dryfujące elektrony przechodzą przez siatkę, wchodząc w obszar silnie niejednorodnego pola elektrycznego, docierając do drutów anodowych w pobliżu których są multiplikowane. W obszarze pomiędzy siatką a drutami anodowymi mamy przemieszczenie w kierunku x , ale w niejednorodnym polu E .

Tę niedogodność można wyeliminować mierząc przemieszczenia dla paczek elektronów wygenerowanych w różnych miejscach x_1 i x_2 ,

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{z_1 - z_2}{x_1 - x_2}.$$

LITERATURA

1. K. Hoshina, k. Fujii, N. Khalatyan, O. Nitoh i inni, *Lorentz angle measurement for CO₂/isobutane gas mixtures*, *Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Res.* **A 479**(2002)278 – 293.
2. R.E. Robson, M. Hildebrandt, B. Schmidt, *Electron transport theory in gases: must it be so difficult?*, *Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Res.* **A 394**(1997)74 – 86.
3. X. Bittl, V. Eckardt, H. Fessler, W.G. Gong i inni, *Diffusion and drift studies of Ar-DME/CO₂/CH₄ gas mixtures for a radial TPC in the $E \perp B$ field*, *Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Res.* **A 398**(1997)249 – 264.
4. M. Aguilar-Benitez, M. Arneodo, M. Benettoni, A. Benvenuti i inni, *Study of magnetic field effects in drift tubes for the barrel muon chambers of the CMS detector at the LHC*, *Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Res.* **A 416**(1998)243 – 252.
5. A. Airapetian et al., ATLAS, Technical Design Report, **ATLAS TDR 14**, CERN/LHCC 99 – 14.
6. O. Kiselev, O. Prokofiev, A. Vorobyov, *Measurement of electron drift velocity and Lorentz angles in fast gas mixtures*, *Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Res.* **A 367**(1997)306 – 310.
7. J.J. Kirchner, U.J. Becker, R.B. Dinner, K.J. Fidkowski, J.H. Wyatt, *Optimization of drift gases for accuracy in pressurized drift tubes*, *Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Res.* **A 474**(2001)238 – 244.
8. U.J. Becker, Y.-H. Chang, J.P. Rodin, B.R. Smith, *Drift velocity and deflection in non-perpendicular electric and magnetic fields*, *Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Res.* **A 360**(1995)476 – 480.
9. P. Konczykowski, S. Aune, J. Ball, M. El Yakoubi i inni, *Measurements of the Lorentz angle with a Micromegas detector in high transverse magnetic fields*, *Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Res.* **A 612**(2010)274 – 277.
10. P. Zotto, *CMS muon system overview*, *Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Res.* **A 408**(1998)274 – 282.