

# Ujemna temperatura bezwzględna

**Janusz Adamowski**

## *Inspiracja*

Pytanie mojej 13-letniej wnuczki Marty/Maci:

*Czy temperatura, mierzona w skali Kelvina,  
może być niższa od zera?*

## *Inspiracja*

**Pytanie mojej 13-letniej wnuczki Marty/Maci:**

*Czy temperatura, mierzona w skali Kelvina,  
może być niższa od zera?*

## *Inspiracja*

**Pytanie mojej 13-letniej wnuczki Marty/Maci:**

*Czy temperatura, mierzona w skali Kelvina,  
może być niższa od zera?*

---

# Negative Absolute Temperature for Motional Degrees of Freedom

S. Braun,<sup>1,2</sup> J. P. Ronzheimer,<sup>1,2</sup> M. Schreiber,<sup>1,2</sup> S. S. Hodgman,<sup>1,2</sup> T. Rom,<sup>1,2</sup>  
I. Bloch,<sup>1,2</sup> U. Schneider<sup>1,2\*</sup>

4 JANUARY 2013 VOL 339 SCIENCE www.sciencemag.org

## Układ spinów jądrowych

# A Nuclear Spin System at Negative Temperature

E. M. PURCELL AND R. V. POUND

*Department of Physics, Harvard University, Cambridge, Massachusetts*

November 1, 1950

Phys. Rev. 81 (1951) 279.

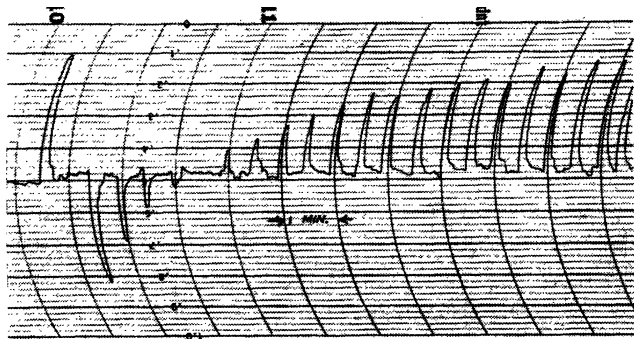


FIG. 1. A typical record of the reversed nuclear magnetization. On the left is a deflection characteristic of the normal state at equilibrium magnetization ( $T \approx 300^\circ\text{K}$ ), followed by the reversed deflection ( $T \approx -350^\circ\text{K}$ ), decaying ( $T \rightarrow -\infty$ ) through zero deflection ( $T = \infty$ ) to the initial equilibrium state.

Magnetyzacja jądrowa LiF. E.M. Purcell & R.V. Pound.



PHYSICAL REVIEW

---

VOLUME 103, NUMBER 1

JULY 1, 1956

## Thermodynamics and Statistical Mechanics at Negative Absolute Temperatures

NORMAN F. RAMSEY\*

*Harvard University, Cambridge, Massachusetts, and Clarendon Laboratory, Oxford, England*

(Received March 26, 1956)

Zasady termodynamiki stosują się zarówno dla  **dodatnich temperatur**  jak i  **ujemnych temperatur** .

W układzie o temperaturze ujemnej stany o energii wyższej obsadzone są przez  **większą liczbę cząstek**  niż w stany o energii niższej.

⇒  **inwersja obsadzeń**

Zasady termodynamiki stosują się zarówno dla  **dodatnich temperatur**  jak i  **ujemnych temperatur** .

W układzie o temperaturze ujemnej stany o energii wyższej obsadzone są przez  **większą liczbę cząstek**  niż w stany o energii niższej.

⇒  **inwersja obsadzeń**

Zasady termodynamiki stosują się zarówno dla  **dodatnich temperatur**  jak i  **ujemnych temperatur** .

W układzie o temperaturze ujemnej stany o energii wyższej obsadzone są przez  **większą liczbę cząstek**  niż w stany o energii niższej.

⇒  **inwersja obsadzeń**

## Związek pomiędzy temperaturą i entropią

$$T = \left[ \left( \frac{\partial S}{\partial U} \right) \Big|_{V, N, X_i} \right]^{-1} \quad (1)$$

entropia =  $S = k_B \ln W$

$k_B$  = stała Boltzmannna

$W$  = liczba mikrostanów odpowiadających danemu makrostanowi układu

$U$  = energia wewnętrzna

$N$  = liczba cząstek w objętości  $V$

$X_i$  = ew. inne ekstensywne parametry termodynamiczne, np. skład chemiczny

$$T = \left[ \left( \frac{\partial S}{\partial U} \right) \Big|_{V, N, X_i} \right]^{-1} \quad (1)$$

entropia =  $S = k_B \ln W$

$k_B$  = stała Boltzmannna

$W$  = liczba mikrostanów odpowiadających danemu makrostanowi układu

$U$  = energia wewnętrzna

$N$  = liczba cząstek w objętości  $V$

$X_i$  = ew. inne ekstensywne parametry termodynamiczne, np. skład chemiczny

$$T = \left[ \left( \frac{\partial S}{\partial U} \right) \Big|_{V, N, X_i} \right]^{-1} \quad (1)$$

entropia =  $S = k_B \ln W$

$k_B$  = stała Boltzmannna

$W$  = liczba mikrostanów odpowiadających danemu makrostanowi układu

$U$  = energia wewnętrzna

$N$  = liczba cząstek w objętości  $V$

$X_i$  = ew. inne ekstensywne parametry termodynamiczne, np. skład chemiczny



$$T = \left[ \left( \frac{\partial S}{\partial U} \right) \Big|_{V, N, X_i} \right]^{-1} \quad (1)$$

entropia =  $S = k_B \ln W$

$k_B$  = stała Boltzmannna

$W$  = liczba mikrostanów odpowiadających danemu makrostanowi układu

$U$  = energia wewnętrzna

$N$  = liczba cząstek w objętości  $V$

$X_i$  = ew. inne ekstensywne parametry termodynamiczne, np. skład chemiczny

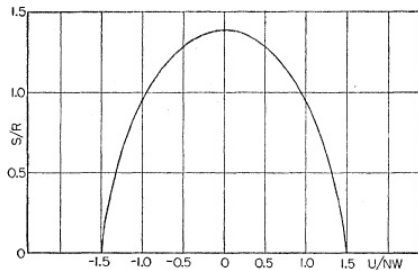


FIG. 1. The entropy is plotted as a function of the internal energy for a system of which each element has four equally spaced energy levels.

## Warunki wystąpienia w układzie temperatury ujemnej

- Widmo energii musi posiadać granicę dolną ( $E_{min}$ ) i granicę górną ( $E_{max}$ ).
- Entropia jest niemonotoniczną funkcją energii.
- Czas relaksacji  $\ll$  czas obserwacji układu.

## Warunki wystąpienia w układzie temperatury ujemnej

- **Widmo energii musi posiadać granicę dolną ( $E_{min}$ ) i granicę górną ( $E_{max}$ ).**
- Entropia jest niemonotoniczną funkcją energii.
- Czas relaksacji  $\ll$  czas obserwacji układu.

## Warunki wystąpienia w układzie temperatury ujemnej

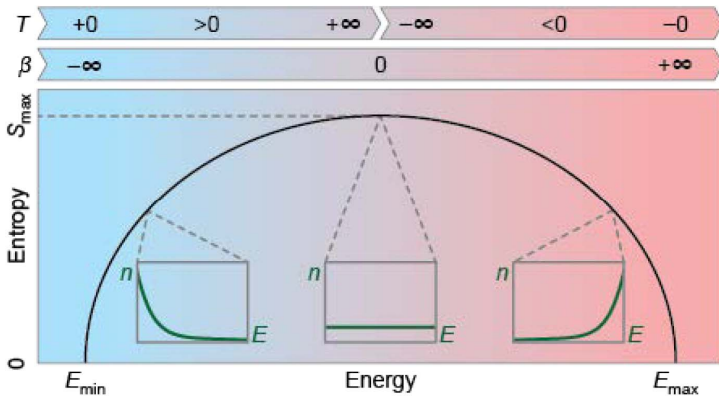
- **Widmo energii musi posiadać granicę dolną ( $E_{min}$ ) i granicę górną ( $E_{max}$ ).**
- **Entropia jest niemonotoniczną funkcją energii.**
- **Czas relaksacji  $\ll$  czas obserwacji układu.**

## Warunki wystąpienia w układzie temperatury ujemnej

- **Widmo energii musi posiadać granicę dolną ( $E_{min}$ ) i granicę górną ( $E_{max}$ ).**
- **Entropia jest niemonotoniczną funkcją energii.**
- **Czas relaksacji  $\ll$  czas obserwacji układu.**

## Parametr temperaturowy Boltzmannna

$$\beta = -\frac{k_B}{T} \quad (2)$$





## ”Ciepło” – ”zimno”

Jeżeli dwa ciała są w kontakcie termicznym, to **ciepło przepływa** od ciała **cieplejszego** do **zimniejszego**.

## ”Ciepło” – ”zimno”

Jeżeli dwa ciała są w kontakcie termicznym, to **ciepło przepływa** od ciała **cieplejszego** do **zimniejszego**.

Ciało o temperaturze ujemnej posiada – przy ustalonej entropii – **większą energię wewnętrzną**, a zatem oddaje ciepło, czyli jest **cieplejsze** od ciała o temperaturze dodatniej.

## Skala temperatur (zmieniająca się zgodnie z rosnącą ciepłotą obiektów)

$$T = +0\text{K}, \dots, +300\text{K}, \dots, +\infty\text{K}, -\infty\text{K}, \dots, -300\text{K}, \dots, -0\text{K}$$

$\implies$  nieciągłość/osobliwość dla  $T \rightarrow \pm\infty$

$$\beta = -\infty, \dots, -0, +0, \dots, +\infty$$

$\implies$  brak osobliwości (ciągłość) dla  $\beta \rightarrow \pm 0$

## Skala temperatur (zmieniająca się zgodnie z rosnącą ciepłotą obiektów)

$$T = +0\text{K}, \dots, +300\text{K}, \dots, +\infty\text{K}, -\infty\text{K}, \dots, -300\text{K}, \dots, -0\text{K}$$

$\implies$  nieciągłość/osobliwość dla  $T \rightarrow \pm\infty$

$$\beta = -\infty, \dots, -0, +0, \dots, +\infty$$

$\implies$  brak osobliwości (ciągłość) dla  $\beta \rightarrow \pm 0$

## Skala temperatur (zmieniająca się zgodnie z rosnącą ciepłotą obiektów)

$$T = +0\text{K}, \dots, +300\text{K}, \dots, +\infty\text{K}, -\infty\text{K}, \dots, -300\text{K}, \dots, -0\text{K}$$

$\implies$  nieciągłość/osobliwość dla  $T \rightarrow \pm\infty$

$$\beta = -\infty, \dots, -0, +0, \dots, +\infty$$

$\implies$  brak osobliwości (ciągłość) dla  $\beta \rightarrow \pm 0$

## Skala temperatur (zmieniająca się zgodnie z rosnącą ciepłotą obiektów)

$$T = +0\text{K}, \dots, +300\text{K}, \dots, +\infty\text{K}, -\infty\text{K}, \dots, -300\text{K}, \dots, -0\text{K}$$

$\implies$  nieciągłość/osobliwość dla  $T \rightarrow \pm\infty$

$$\beta = -\infty, \dots, -0, +0, \dots, +\infty$$

$\implies$  brak osobliwości (ciągłość) dla  $\beta \rightarrow \pm 0$

## Ujemne ciśnienie

Dla  $X_i = \text{const}$

$$dS = \frac{1}{T}dU + \frac{P}{T}dV \quad (3)$$

$P$  = ciśnienie mierzone w skali bezwzględnej

$P = 0$  dla próżni doskonałej

(3)  $\implies$

$$\left. \frac{\partial S}{\partial V} \right|_U = \frac{P}{T} \geq 0$$

$\implies$  temperatura bezwzględna i ciśnienie bezwzględne mają ten sam znak



## Ujemne ciśnienie

Dla  $X_i = \text{const}$

$$dS = \frac{1}{T}dU + \frac{P}{T}dV \quad (3)$$

$P$  = ciśnienie mierzone w skali bezwzględnej

$P = 0$  dla próżni doskonałej

(3)  $\implies$

$$\left. \frac{\partial S}{\partial V} \right|_U = \frac{P}{T} \geq 0$$

$\implies$  temperatura bezwzględna i ciśnienie bezwzględne mają ten sam znak

## Ujemne ciśnienie

Dla  $X_i = \text{const}$

$$dS = \frac{1}{T}dU + \frac{P}{T}dV \quad (3)$$

$P$  = ciśnienie mierzone w skali bezwzględnej

$P = 0$  dla próżni doskonałej

(3)  $\implies$

$$\left. \frac{\partial S}{\partial V} \right|_U = \frac{P}{T} \geq 0$$

$\implies$  temperatura bezwzględna i ciśnienie bezwzględne mają ten sam znak

## Ujemne ciśnienie

Dla  $X_i = \text{const}$

$$dS = \frac{1}{T}dU + \frac{P}{T}dV \quad (3)$$

$P$  = ciśnienie mierzone w skali bezwzględnej

**$P = 0$  dla próżni doskonałej**

(3)  $\implies$

$$\left. \frac{\partial S}{\partial V} \right|_U = \frac{P}{T} \geq 0$$

**$\implies$  temperatura bezwzględna i ciśnienie bezwzględne mają ten sam znak**

## Ujemne ciśnienie

Dla  $X_i = \text{const}$

$$dS = \frac{1}{T}dU + \frac{P}{T}dV \quad (3)$$

$P$  = ciśnienie mierzone w skali bezwzględnej

**$P = 0$  dla próżni doskonałej**

(3)  $\implies$

$$\left. \frac{\partial S}{\partial V} \right|_U = \frac{P}{T} \geq 0$$

$\implies$  temperatura bezwzględna i ciśnienie bezwzględne mają ten sam znak

## Ujemne ciśnienie

Dla  $X_i = \text{const}$

$$dS = \frac{1}{T}dU + \frac{P}{T}dV \quad (3)$$

$P$  = ciśnienie mierzone w skali bezwzględnej

**$P = 0$  dla próżni doskonałej**

(3)  $\implies$

$$\left. \frac{\partial S}{\partial V} \right|_U = \frac{P}{T} \geq 0$$

**$\implies$  temperatura bezwzględna i ciśnienie bezwzględne mają ten sam znak**

# Nuclear Magnetism in Copper, Silver, and Rhodium Metals at Positive and Negative Spin Temperatures in the Nano- and Picokelvin Regimes

Olli V. Lounasmaa

Hahn–Meitner Institut, 14019 Berlin, Germany

and

Low Temperature Laboratory, Helsinki University of Technology, 02150 Espoo, Finland

$$N(E) \sim \exp(-E/k_B T), \quad E = -\mu_s \cdot \mathbf{B}$$

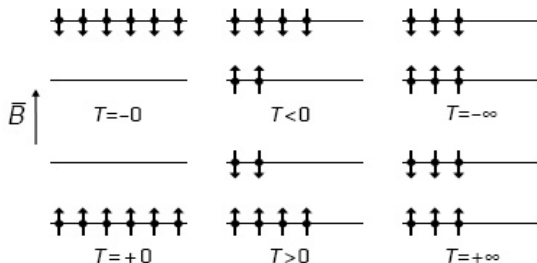
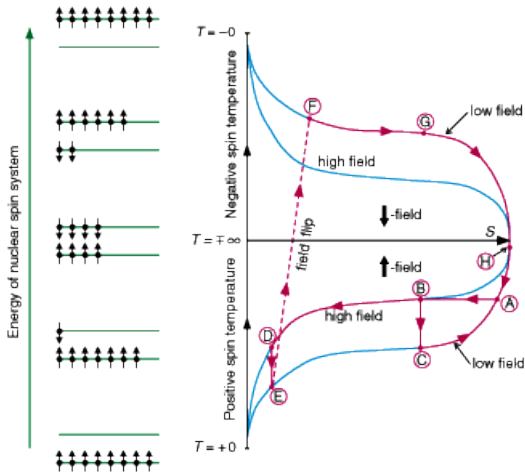


Figure 1. Energy-level diagram of nuclear spins in silver or rhodium at selected temperatures when  $B = \text{constant}$  (Hakonen and Lounasmaa, 1994).

## Generowanie temperatury ujemnej w układzie spinów jądrowych w zewnętrznym polu magnetycznym





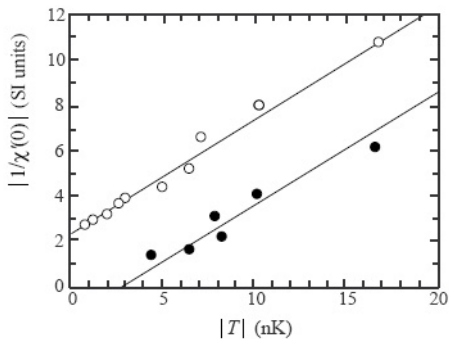


Figure 13. Absolute value of the inverse static susceptibility  $|1/\chi'(0)|$  vs. absolute value of temperature for silver, measured at  $T > 0$  ( $\circ$ ) and at  $T < 0$  ( $\bullet$ ) (Hakonen et al., 1990).

## Mierzenie bardzo niskich temperatur ( $|T| \simeq 0$ )

Związek (1) pomiędzy temperaturą i entropią  $\implies$

$$T = \frac{\Delta Q}{\Delta S} \quad (4)$$

$\Delta Q$  = ciepło dostarczone do układu (wydzielone przez układ)  
prowadzące do zmiany entropii  $\Delta S$

W układzie spinów jądrowych  $S = f(p)$

$p$  = jądrowa polaryzacja spinowa,  $-1 \leq p \leq 1$

## Mierzenie bardzo niskich temperatur ( $|T| \simeq 0$ )

Związek (1) pomiędzy temperaturą i entropią  $\implies$

$$T = \frac{\Delta Q}{\Delta S} \quad (4)$$

$\Delta Q$  = ciepło dostarczone do układu (wydzielone przez układ)  
prowadzące do zmiany entropii  $\Delta S$

W układzie spinów jądrowych  $S = f(p)$

$p$  = jądrowa polaryzacja spinowa,  $-1 \leq p \leq 1$

## Mierzenie bardzo niskich temperatur ( $|T| \simeq 0$ )

Związek (1) pomiędzy temperaturą i entropią  $\implies$

$$T = \frac{\Delta Q}{\Delta S} \quad (4)$$

$\Delta Q$  = ciepło dostarczone do układu (wydzielone przez układ)  
prowadzące do zmiany entropii  $\Delta S$

W układzie spinów jądrowych  $S = f(p)$

$p$  = jądrowa polaryzacja spinowa,  $-1 \leq p \leq 1$

## Mierzenie bardzo niskich temperatur ( $|T| \simeq 0$ )

Związek (1) pomiędzy temperaturą i entropią  $\implies$

$$T = \frac{\Delta Q}{\Delta S} \quad (4)$$

$\Delta Q$  = ciepło dostarczone do układu (wydzielone przez układ)  
prowadzące do zmiany entropii  $\Delta S$

W układzie spinów jądrowych  $S = f(p)$

$p$  = jądrowa polaryzacja spinowa,  $-1 \leq p \leq 1$

## Mierzenie bardzo niskich temperatur ( $|T| \simeq 0$ )

Związek (1) pomiędzy temperaturą i entropią  $\implies$

$$T = \frac{\Delta Q}{\Delta S} \quad (4)$$

$\Delta Q$  = ciepło dostarczone do układu (wydzielone przez układ)  
prowadzące do zmiany entropii  $\Delta S$

W układzie spinów jądrowych  $S = f(p)$

$p$  = jądrowa polaryzacja spinowa,  $-1 \leq p \leq 1$

Dla  $|T| < 10$  nK

$$|T|/\text{nK} = 1.82 \left( \frac{1}{|p|} - 1 \right) \quad (5)$$

Względna dokładność pomiaru temperatury

$$\delta|T|/|T| \simeq 20\%$$

Dla  $|T| < 10$  nK

$$|T|/\text{nK} = 1.82 \left( \frac{1}{|p|} - 1 \right) \quad (5)$$

Względna dokładność pomiaru temperatury

$$\delta|T|/|T| \simeq 20\%$$



Dla  $|T| < 10$  nK

$$|T|/\text{nK} = 1.82 \left( \frac{1}{|p|} - 1 \right) \quad (5)$$

Względna dokładność pomiaru temperatury

$$\delta|T|/|T| \simeq 20\%$$

## Najniższe mierzalne temperatury Curie

$T_C = -1.8$  nK dla srebra

$T_C = -750.0$  pK dla rodu

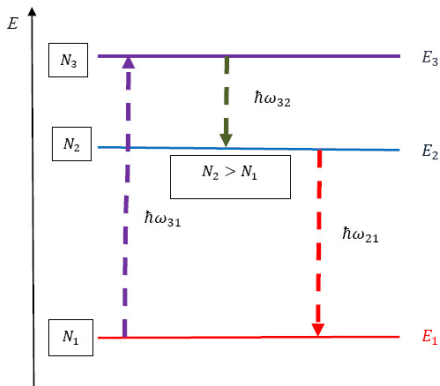
## Najniższe mierzalne temperatury Curie

$T_C = -1.8$  nK dla srebra

$T_C = -750.0$  pK dla rodu

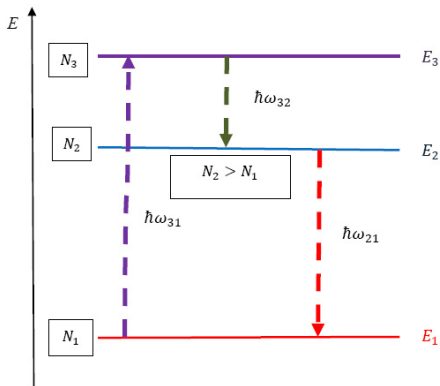
# Laser

## Trójpoziomowy schemat akcji laserowej



Przejścia  $1 \rightarrow 3$  – pompowanie optyczne, przejścia  $2 \rightarrow 1$  – emisja stymulowana.

## Trójpoziomowy schemat akcji laserowej



Przejścia  $1 \rightarrow 3$  – pompowanie optyczne, przejścia  $2 \rightarrow 1$  – emisja stymulowana.

## Inwersja obsadzeń

$$N_2 > N_1 \quad (6)$$

$N_{1,2}$  = liczba atomów w stanie o energii  $E_{1,2}$   
dla

$$E_2 > E_1$$

wskazywałaby na ujemną temperaturę układu atomów.

## Inwersja obsadzeń

$$N_2 > N_1 \quad (6)$$

$N_{1,2}$  = liczba atomów w stanie o energii  $E_{1,2}$   
dla

$$E_2 > E_1$$

wskazywałaby na ujemną temperaturę układu atomów.



Ze względu na ciągłe pompowanie optyczne akcja laserowa **nie jest procesem równowagowym**,  
a zatem **temperatura układu atomów w laserze nie jest dobrze określona**.

## Układ atomów w sieci optycznej

---

# Negative Absolute Temperature for Motional Degrees of Freedom

S. Braun,<sup>1,2</sup> J. P. Ronzheimer,<sup>1,2</sup> M. Schreiber,<sup>1,2</sup> S. S. Hodgman,<sup>1,2</sup> T. Rom,<sup>1,2</sup>  
I. Bloch,<sup>1,2</sup> U. Schneider<sup>1,2\*</sup>

4 JANUARY 2013 VOL 339 SCIENCE [www.sciencemag.org](http://www.sciencemag.org)

## Sieć optyczna

**Potencjał periodyczny** utworzony w przestrzeni w wyniku interferencji dwóch przeciwbieżnych promieni laserowych, tworzących falę stojącą.

⇒ **sztuczna sieć krystaliczna** o symetrii, stałej sieci i głębokości potencjału uwięzienia modyfikowanych przez zmianę natężenia promieni laserowych, długość fali promieniowania laserowego oraz kąta przecinania się promieni.

- **pełna inżynieria "krystaliczna" (sztuczne kryształy)**

## Sieć optyczna

**Potencjał periodyczny** utworzony w przestrzeni w wyniku interferencji dwóch przeciwbieżnych promieni laserowych, tworzących falę stojącą.

⇒ **sztuczna sieć krystaliczna** o symetrii, stałej sieci i głębokości potencjału uwięzienia modyfikowanych przez zmianę natężenia promieni laserowych, długość fali promieniowania laserowego oraz kąta przecinania się promieni.

- **pełna inżynieria "krystaliczna" (sztuczne kryształy)**

## Sieć optyczna

**Potencjał periodyczny** utworzony w przestrzeni w wyniku interferencji dwóch przeciwbieżnych promieni laserowych, tworzących falę stojącą.

⇒ **sztuczna sieć krystaliczna** o symetrii, stałej sieci i głębokości potencjału uwięzienia modyfikowanych przez zmianę natężenia promieni laserowych, długość fali promieniowania laserowego oraz kąta przecinania się promieni.

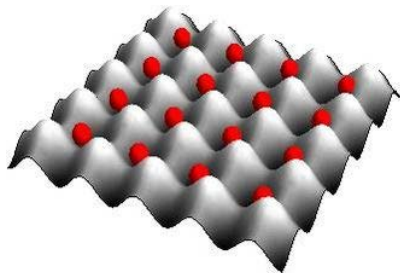
- pełna inżynieria "krystaliczna" (sztuczne kryształy)

## Sieć optyczna

**Potencjał periodyczny** utworzony w przestrzeni w wyniku interferencji dwóch przeciwbieżnych promieni laserowych, tworzących falę stojącą.

⇒ **sztuczna sieć krystaliczna** o symetrii, stałej sieci i głębokości potencjału uwięzienia modyfikowanych przez zmianę natężenia promieni laserowych, długość fali promieniowania laserowego oraz kąta przecinania się promieni.

- **pełna inżynieria "krystaliczna" (sztuczne kryształy)**



Sieć optyczna.



**Struktura pasmowa dla atomów:**  $E_{min} \leq E \leq E_{max}$

## Eksperyment (Simon Braun et al.):

Kondensat  $N \simeq 10^5$  atomów potasu  $^{39}\text{K}$  uwięzionych w pułapce dipolowej utworzonej przez zmienne pole elektryczne.

Zmiana charakteru składowej wertykalnej potencjału uwięzienia z wiążącego na antywiązący  $\implies$

- $\implies$  obsadzenie przez atomy stanów o energiach  $E \simeq E_{max}$
- $\implies$  kreacja układu atomów o temperaturze ujemnej

Eksperyment (Simon Braun et al.):

Kondensat  $N \simeq 10^5$  atomów potasu  $^{39}\text{K}$  uwięzionych w pułapce dipolowej utworzonej przez zmienne pole elektryczne.

Zmiana charakteru składowej wertykalnej potencjału uwięzienia z wiążącego na antywiążący  $\implies$

- $\implies$  obsadzenie przez atomy stanów o energiach  $E \simeq E_{max}$
- $\implies$  kreacja układu atomów o temperaturze ujemnej

Eksperyment (Simon Braun et al.):

Kondensat  $N \simeq 10^5$  atomów potasu  $^{39}\text{K}$  uwięzionych w pułapce dipolowej utworzonej przez zmienne pole elektryczne.

**Zmiana charakteru składowej wertykalnej potencjału uwięzienia z wiążącego na antywiążący  $\implies$**

- $\implies$  obsadzenie przez atomy stanów o energiach  $E \simeq E_{max}$
- $\implies$  kreacja układu atomów o temperaturze ujemnej

Eksperyment (Simon Braun et al.):  
Kondensat  $N \simeq 10^5$  atomów potasu  $^{39}\text{K}$  uwięzionych w pułapce dipolowej utworzonej przez zmienne pole elektryczne.

**Zmiana charakteru składowej wertykalnej potencjału uwięzienia z wiążącego na antywiązący  $\implies$**

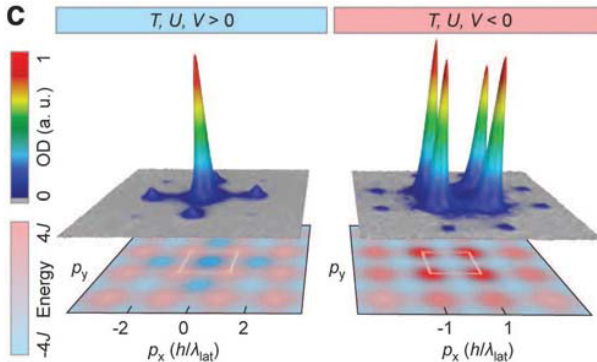
- $\implies$  **obsadzenie przez atomy stanów o energiach  $E \simeq E_{max}$**
- $\implies$  **kreacja układu atomów o temperaturze ujemnej**

Eksperyment (Simon Braun et al.):

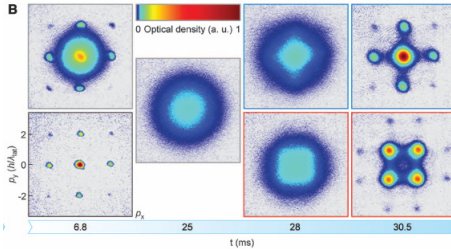
Kondensat  $N \simeq 10^5$  atomów potasu  $^{39}\text{K}$  uwięzionych w pułapce dipolowej utworzonej przez zmienne pole elektryczne.

**Zmiana charakteru składowej wertykalnej potencjału uwięzienia z wiążącego na antywiązący  $\implies$**

- $\implies$  **obsadzenie przez atomy stanów o energiach  $E \simeq E_{max}$**
- $\implies$  **kreacja układu atomów o temperaturze ujemnej**



Rozkłady atomów o dodatniej (niebieskie ramki) i ujemnej temperaturze (czerwone ramki).



Stabilizacja chmur atomowych dla dodatniej (ramki niebieskie) i ujemnej temperatury bezwzględnej (ramki czerwone).



## Atomy potasu podlegają rozkładowi Bosego-Einsteina

$$N_{BE}(E) = N_0 \frac{1}{e^{(E-\mu)/(k_B T)} - 1} + b \quad (7)$$

$E$  = energia kinetyczna atomu

$N_0$  = koncentracja atomów o energii  $E = 0$

$\mu$  = potencjał chemiczny

$b$  = parametr tła

Atomy potasu podlegają rozkładowi Bosego-Einsteina

$$N_{BE}(E) = N_0 \frac{1}{e^{(E-\mu)/(k_B T)} - 1} + b \quad (7)$$

$E$  = energia kinetyczna atomu

$N_0$  = koncentracja atomów o energii  $E = 0$

$\mu$  = potencjał chemiczny

$b$  = parametr tła

Atomy potasu podlegają rozkładowi Bosego-Einsteina

$$N_{BE}(E) = N_0 \frac{1}{e^{(E-\mu)/(k_B T)} - 1} + b \quad (7)$$

$E$  = energia kinetyczna atomu

$N_0$  = koncentracja atomów o energii  $E = 0$

$\mu$  = potencjał chemiczny

$b$  = parametr tła

## Dygresja

Dla  $|E - \mu| \gg k_B|T|$

$$N_{BE}(E) \longrightarrow N_B(E) = N_0 e^{-E/(k_B T)} \quad (8)$$

$\implies$  dla niskich wartości  $|T|$  rozkład Bosego-Einsteina przechodzi w rozkład Boltzmanna

## Dygresja

Dla  $|E - \mu| \gg k_B|T|$

$$N_{BE}(E) \longrightarrow N_B(E) = N_0 e^{-E/(k_B T)} \quad (8)$$

$\implies$  dla niskich wartości  $|T|$  rozkład Bosego-Einsteina przechodzi w rozkład Boltzmann

## Dygresja

Dla  $|E - \mu| \gg k_B|T|$

$$N_{BE}(E) \longrightarrow N_B(E) = N_0 e^{-E/(k_B T)} \quad (8)$$

$\implies$  dla niskich wartości  $|T|$  rozkład Bosego-Einsteina przechodzi w rozkład Boltzmanna

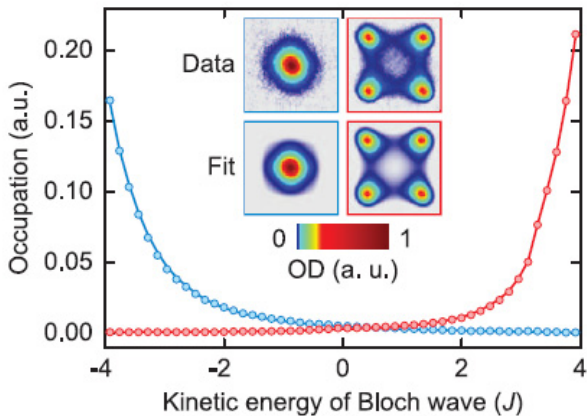
## Dygresja

Dla  $|E - \mu| \gg k_B|T|$

$$N_{BE}(E) \longrightarrow N_B(E) = N_0 e^{-E/(k_B T)} \quad (8)$$

$\implies$  dla niskich wartości  $|T|$  rozkład Bosego-Einsteina przechodzi w rozkład Boltzmanna

Rozkłady Bosego-Einsteina dla układów atomów o temperaturze dodatniej (kolor niebieski) i ujemnej (kolor czerwony). Dane doświadczalne – symbole, dopasowane rozkłady BE – linie ciągłe.





Temperatury otrzymane z dopasowań rozkładu Bosego-Einsteina:

$$T = -2.2J/k_B$$

$$T = 2.7J/k_B$$

$J$  = element macierzy tunelowania pomiędzy węzłami sieci

Oszacowane wartości bezwzględne temperatur

$$|T| \simeq 10^{-7} \div 10^{-3} \text{ K}$$

Temperatury otrzymane z dopasowań rozkładu Bosego-Einsteina:

$$T = -2.2J/k_B$$

$$T = 2.7J/k_B$$

$J$  = element macierzy tunelowania pomiędzy węzłami sieci

Oszacowane wartości bezwzględne temperatur

$$|T| \simeq 10^{-7} \div 10^{-3} \text{ K}$$

Temperatury otrzymane z dopasowań rozkładu Bosego-Einsteina:

$$T = -2.2J/k_B$$

$$T = 2.7J/k_B$$

$J$  = element macierzy tunelowania pomiędzy węzłami sieci

Oszacowane wartości bezwzględne temperatur

$$|T| \simeq 10^{-7} \div 10^{-3} \text{ K}$$

## Ujemna temperatura bezwzględna w kosmologii

## **Ważna sugestia dla kosmologii sformułowana w publikacji Simon Braun et al., Science (2013)**

” ... negative temperature states of motional degrees of freedom necessarily possess negative pressure and are thus of fundamental interest to the description of dark energy in cosmology, where negative pressure is required to account for the accelerating expansion of the universe.”

**Ważna sugestia dla kosmologii  
sformułowana w publikacji Simon Braun et al., Science (2013)**

**” ... negative temperature states of motional degrees of freedom necessarily possess negative pressure and are thus of fundamental interest to the description of dark energy in cosmology, where negative pressure is required to account for the accelerating expansion of the universe.”**

## Zgodnie z aktualnym modelem kosmologicznym

Wszechświat złożony jest z:

- 4% barionów (jasna materia)
- 20% ciemnej materii
- 76% ciemnej energii

Pod koniec XX wieku odkryto, że **rozszerzanie się Wszechświata przyspiesza.**

## Zgodnie z aktualnym modelem kosmologicznym

Wszechświat złożony jest z:

- 4% barionów (jasna materia)
- 20% ciemnej materii
- 76% ciemnej energii

Pod koniec XX wieku odkryto, że rozszerzanie się Wszechświata przyspiesza.



## Zgodnie z aktualnym modelem kosmologicznym

Wszechświat złożony jest z:

- **4% barionów (jasna materia)**
- 20% ciemnej materii
- 76% ciemnej energii

Pod koniec XX wieku odkryto, że **rozszerzanie się Wszechświata przyspiesza.**

## Zgodnie z aktualnym modelem kosmologicznym

Wszechświat złożony jest z:

- **4% barionów (jasna materia)**
- **20% ciemnej materii**
- **76% ciemnej energii**

Pod koniec XX wieku odkryto, że **rozszerzanie się Wszechświata przyspiesza.**

## Zgodnie z aktualnym modelem kosmologicznym

Wszechświat złożony jest z:

- **4% barionów (jasna materia)**
- **20% ciemnej materii**
- **76% ciemnej energii**

Pod koniec XX wieku odkryto, że **rozszerzanie się Wszechświata przyspiesza.**

## Zgodnie z aktualnym modelem kosmologicznym

Wszechświat złożony jest z:

- **4% barionów (jasna materia)**
- **20% ciemnej materii**
- **76% ciemnej energii**

Pod koniec XX wieku odkryto, że **rozszerzanie się Wszechświata przyspiesza.**

## Równanie Friedmana opisujące rozszerzający się Wszechświat

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} \left( \rho + \frac{3P}{c^2} \right) \quad (9)$$

$a$  = czynnik skali odległości,  $\rho$  = średnia gęstość Wszechświata  
Jeżeli  $T < 0$ , to  $P < 0$ .

$\implies \ddot{a} > 0$

$\implies$  przyspieszające rozszerzanie się Wszechświata.

Równanie Friedmana opisujące rozszerzający się Wszechświat

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} \left( \rho + \frac{3P}{c^2} \right) \quad (9)$$

$a$  = czynnik skali odległości,  $\rho$  = średnia gęstość Wszechświata

Jeżeli  $T < 0$ , to  $P < 0$ .

$\implies \ddot{a} > 0$

$\implies$  przyspieszające rozszerzanie się Wszechświata.

Równanie Friedmana opisujące rozszerzający się Wszechświat

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} \left( \rho + \frac{3P}{c^2} \right) \quad (9)$$

$a$  = czynnik skali odległości,  $\rho$  = średnia gęstość Wszechświata  
Jeżeli  $T < 0$ , to  $P < 0$ .

$\implies \ddot{a} > 0$

$\implies$  przyspieszające rozszerzanie się Wszechświata.

Równanie Friedmana opisujące rozszerzający się Wszechświat

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} \left( \rho + \frac{3P}{c^2} \right) \quad (9)$$

$a$  = czynnik skali odległości,  $\rho$  = średnia gęstość Wszechświata  
Jeżeli  $T < 0$ , to  $P < 0$ .

$\implies \ddot{a} > 0$

$\implies$  przyspieszające rozszerzanie się Wszechświata.



Równanie Friedmana opisujące rozszerzający się Wszechświat

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} \left( \rho + \frac{3P}{c^2} \right) \quad (9)$$

$a$  = czynnik skali odległości,  $\rho$  = średnia gęstość Wszechświata  
Jeżeli  $T < 0$ , to  $P < 0$ .

$\implies \ddot{a} > 0$

$\implies$  przyspieszające rozszerzanie się Wszechświata.

**Ujemne ciśnienie  $\iff$  antygravitacja ???**

## Podsumowanie

- Ujemna temperatura bezwzględna została zrealizowana w **układzie spinów jądrowych w metalach**.  
⇒ **nowe ferromagnetyki: srebro, rod, . . .**
- **Układ atomów poruszających się w sieci optycznej został doprowadzony do stanu o  $T < 0$ .**
- **Nowa hipoteza w kosmologii:**  
Ujemna temperatura bezwzględna ciemnej energii może wyjaśniać **obserwowane przyspieszające rozszerzanie się Wszechświata**.

## Podsumowanie

- Ujemna temperatura bezwzględna została zrealizowana w **układzie spinów jądrowych w metalach**.  
⇒ nowe ferromagnetyki: srebro, rod, . . .
- Układ atomów poruszających się w sieci optycznej został doprowadzony do stanu o  $T < 0$ .
- **Nowa hipoteza w kosmologii:**  
Ujemna temperatura bezwzględna ciemnej energii może wyjaśniać **obserwowane przyspieszające rozszerzanie się Wszechświata**.

## Podsumowanie

- Ujemna temperatura bezwzględna została zrealizowana w **układzie spinów jądrowych w metalach**.  
⇒ **nowe ferromagnetyki: srebro, rod, ...**
- Układ atomów poruszających się w sieci optycznej został doprowadzony do stanu o  $T < 0$ .
- **Nowa hipoteza w kosmologii:**  
Ujemna temperatura bezwzględna ciemnej energii może wyjaśniać obserwowane przyspieszające rozszerzanie się Wszechświata.

## Podsumowanie

- Ujemna temperatura bezwzględna została zrealizowana w **układzie spinów jądrowych w metalach**.  
⇒ **nowe ferromagnetyki: srebro, rod, ...**
- **Układ atomów poruszających się w sieci optycznej został doprowadzony do stanu o  $T < 0$ .**
- **Nowa hipoteza w kosmologii:**  
Ujemna temperatura bezwzględna ciemnej energii może wyjaśniać **obserwowane przyspieszające rozszerzanie się Wszechświata**.

## Podsumowanie

- Ujemna temperatura bezwzględna została zrealizowana w **układzie spinów jądrowych w metalach**.  
⇒ **nowe ferromagnetyki: srebro, rod, ...**
- **Układ atomów poruszających się w sieci optycznej został doprowadzony do stanu o  $T < 0$ .**
- **Nowa hipoteza w kosmologii:**  
Ujemna temperatura bezwzględna ciemnej energii może wyjaśniać **obserwowane przyspieszające rozszerzanie się Wszechświata**.

## Podsumowanie

- Ujemna temperatura bezwzględna została zrealizowana w **układzie spinów jądrowych w metalach**.  
⇒ **nowe ferromagnetyki: srebro, rod, ...**
- **Układ atomów poruszających się w sieci optycznej został doprowadzony do stanu o  $T < 0$ .**
- **Nowa hipoteza w kosmologii:**  
Ujemna temperatura bezwzględna ciemnej energii może wyjaśniać **obserwowane przyspieszające rozszerzanie się Wszechświata**.



*Podziękowania dla mojej wnuczki Maci.*



*Dziękuję Państwu za uwagę.*