

• Energia potencjalna, ruch w polu potencjalnym; • zasada zachowania energii; • pęd układu cząstek, zasada zachowania pędu; • środek masy, układ środka masy

Proszę mieć rozwiązane niezrobione zadania z zestawu 4 cz.2.

Wskazówki.

**ad 4:** obliczać pracę przy przesunięciu od punktów  $A$  (współrzędne  $(0,0)$ ) do  $B$  (współrzędne  $(x,y)$ ) po dwóch drogach:  $A \rightarrow (x,0) \rightarrow (x,y)$  oraz  $A \rightarrow (0,y) \rightarrow (x,y)$  i sprawdzić kiedy są jednakowe; jak uogólnić na dowolną drogę, po której zachodzi przesunięcie?

**ad 6:** to zadanie jest ważne; obliczenie pracy wykonanej przy wolnym przesuwanie  $m$  z  $\infty$  do  $r$  (dla przypadku  $r < R$ ,  $E_p(\infty) = 0$ ):

$$W_{\infty \rightarrow r} = E_p(r) - E_p(\infty) = - \int_{\infty}^R (-G \frac{Mm}{r^2} \hat{r}) d\vec{r} + \left[ - \int_R^r (-G \frac{Mm}{R^3} r \hat{r}) d\vec{r} \right] = \int_{\infty}^R G \frac{Mm}{r^2} dr + \int_R^r G \frac{Mm}{R^3} r dr = \dots$$

**ad 7:** najlepiej rozpatrywać stosując zasadę zachowania energii  $E_p(R) + 0 = E_p(0) + E_k(0)$ ; odp.:  $v = \sqrt{Rg}$ ,  $T = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g}}$

**ad 9:** odp.:  $R_p \approx 5.6$  km

• Wracając do dyskusji odnośnie uwzględniania siły tarcia w zad.1 (4,cz.2). Pytanie: przesuujemy stół po podłodze, raz - stojący na nogach, dwa - odwrotnie, białym po podłodze. Czy siły, które użyjemy do przesuwania będą takie same, czy różne? (Zakładamy, że rodzaj obu powierzchni, powierzchni białego i powierzchni nóg jest taki sam.)

Zadania na pierwszy termin:

- Energia potencjalna pewnej dwuatomowej molekuly wyraża się wzorem:  $E_p(r) = \frac{A}{r^6} - \frac{B}{r^4}$ , gdzie  $r$  jest odległością wzajemną atomów molekuly, a  $A$  i  $B$  są stałymi dodatnimi.
  - Oblicz siłę, z którą atomy oddziałują na siebie (posłuż się zależnością  $\vec{F} = -\frac{dE_p}{dr} \hat{r}$ ), określ czy jest ona przyciągająca, czy odpychająca. Zbadaj czy są punkty równowagi, jeśli tak, to dla jakich  $r$  i jaka jest to równowaga.
  - Uzasadnij, posługując się wykresem  $E_p(r)$  stwierdzenie, że ruch atomów w molekule jest ruchem drgającym jeśli całkowita energia (która się nie zmienia) jest mniejsza od zera; czy jest to ruch harmoniczny? Co będzie jeśli całkowita energia będzie dodatnia?
  - Jak znaleźć przedział  $r_1 < r < r_2$ , dla którego ruch jest możliwy przy założeniu, że całkowita energia molekuly jest równa połowie wartości minimum energii potencjalnej.
- Operator nabla. Poczytaj o gradiencie w *abc matematyki...*, *analiza wektorowa*.
- Oblicz  $\text{grad}(\frac{1}{r})$ . Posługując się rezultatem pokaż, że jeśli  $E_p = -G \frac{mM}{r}$  jest energią potencjalną w polu grawitacyjnym, to  $-\text{grad}E_p$  daje siłę przyciągania grawitacyjnego  $\vec{F} = -G \frac{mM}{r^3} \vec{r}$  (wsk.:  $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$  jest odległością od początku układu współrzędnych umieszczonego w centrum pola).
- Jaka siła odpowiada energii potencjalnej  $E_p(x,y,z) = -ax^2 + bxy + z$ ,  $a, b$  - stałe?
- Niech  $E_p(x,y,z) = C$ ,  $C = \text{const}$  przedstawia równanie powierzchni w przestrzeni  $x, y, z$  (powierzchnię tę nazywamy powierzchnią ekwipotencjalną). Pokaż, że wektor  $\text{grad}E_p$  jest w każdym punkcie prostopadły do tej powierzchni. (wsk.: skorzystaj z tego, że przemieszczając się od punktu  $\vec{r}$  do punktu  $\vec{r} + d\vec{r}$  po zadanej powierzchni  $dE_p = \frac{\partial E_p}{\partial x} dx + \frac{\partial E_p}{\partial y} dy + \frac{\partial E_p}{\partial z} dz = 0$ )
- Na ciało poruszające się wzdłuż osi  $x$  działa siła odpychająca  $F = kx$ ,  $k = \text{const} > 0$ . Znaleźć energię potencjalną  $E_p(x)$ , przedstawić ją na wykresie oraz zapisać jak wyraża się dla tego przypadku prawo zachowania energii. Uzasadnić, że taki ruch jest ruchem w otoczeniu punktu równowagi nietrwalej.
- Uzasadnij, że praca wykonana przez siłę  $F(x)$ , przesuująca ciało na odcinku prostoliniowym pomiędzy punktami o współrzędnych  $x_1, x_2$ , jest liczbowo równa polu powierzchni pod wykresem funkcji  $F(x)$  w przedziale  $x_1, x_2$ .
- Masa  $m$  porusza się po okręgu o promieniu  $R$  ze stałą prędkością  $v$  pod wpływem siły dośrodkowej. Jaka pracę wykonuje ta siła podczas jednego obrotu?
- Osoba o masie 55 kg biegnie po schodach do góry, wznosząc się 0 4.3 m co 3 sekundy. Jaka moc musi zużywać?

10. Samochód wjeżdża na wzniesienie pod kątem  $15^\circ$  do poziomu ze stałą prędkością 30 km/h. Oblicz z jaką mocą pracuje jego silnik, jeśli efektywny współczynnik tarcia wynosi 0.4. (W celu rozwiązania zadania uzasadnij, że moc silnika można w tym przypadku wyrazić wzorem  $F \cdot v$ , gdzie  $F$  jest siłą ciągu silnika.)
11. Z powierzchni Ziemi wyrzucono pionowo w górę ciało o masie 0.5 kg z prędkością  $v = 10$  m/s. a) Jaka była początkowa energia kinetyczna? b) Jaka była energia kinetyczna na wysokości  $h = 3$  m? c) Jaka była energia kinetyczna na maksymalnej wysokości  $h_{max}$ ? d) Jaką pracę wykonała siła ciężkości do momentu gdy ciało znajdowało się na wysokości  $h = 3$  m?
12. Pocisk o masie 10 g został wystrzelony z powierzchni Ziemi pod kątem  $60^\circ$  do poziomu, z prędkością  $500 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . Oblicz energię kinetyczną w najwyższym punkcie jego toru.
13. Znaleźć pracę potrzebną do przeniesienia ciała o masie 5 ton z powierzchni Ziemi w przestrzeń międzyplanetarną.
14. Jaką minimalną pracę należy wykonać, aby przewrócić sześcian o masie 5 kg i krawędzi 10 cm z jednej ściany na drugą?
15. Mały przedmiot leży na wierzchołku dużej kuli o promieniu 1 m. Jaką początkową prędkość trzeba mu nadać, aby oderwał się on od powierzchni kuli w punkcie położonym pod kątem  $\varphi = 60^\circ$  względem pionu? Założyć, że przedmiot zsuwa się bez tarcia.

*Zadania na drugi termin:*

1. Pozostałości z pierwszego terminu.
2. Proszę o przygotowanie zagadnień:
  - pęd układu cząstek, zasada zachowania pędu; • środek masy, układ środka masy