Informatyka Ir., obie grupy 8 kwietnia 2017 **(6)**

• pęd układu cząstek, zasada zachowania pędu; • środek masy, układ środka masy; • zderzenia; • ruch zmiennej masy

1. Znaleźć odległość, na jaką przesunie się łódź stojąca nieruchomo na wodzie, jeżeli człowiek o masie $m_1 = 70$ kg przejdzie z dziobu na rufę. Długość łodzi jest równa 2.5 m, a jej masa $m_2 = 100$ kg.

2. Pocisk wyrzucono pod kątem $\beta = 30\ ^o$ do poziomu z preędkością $v_o =$ 10 m/s. W najwyższym punkcie lotu pocisk rozerwał się na dwie nierówne masy (w stosunku 2:3), z których cięższa zaczęła spadać pionowo bez prędkości początkowej. Jak daleko spadnie lżejsza część?

3. *Zderzenie sprężyste centralne.* Cząstka m_1 o prędkości v_1 zderza się centralnie i sprężyście ze spoczywającą cząstką m_2 (taki układ odniesienia nazywa sie zwyczajowo układem laboratoryjnym (LAB)). a) Znaleźć prędkości i pędy cząstek po zderzeniu w układzie LAB. b) Znaleźć prędkości i pędy cząstek przed i po zderzeniu w układzie środka mas (CM).

4. Obliczyć jaką część energii kinetycznej straci neutron w zderzeniu centralnym i sprężystym z jądrem o masie atomowej A, będącym w spoczynku. Znaleźć tę liczbę dla zderzenia z jądrem a) wodoru, b) tlenu.

5. *Zderzenia niecentralne.* W zderzeniu sprężystym cząstki α z jądrem tlenu kierunek cząstki α po zderzeniu tworzy kat $\varphi = 64^o$ względem pierwotnego kierunku. Jądro odrzutu (tlen), będące początkowo w spoczynku, zostaje odrzucone pod kątem $\psi = 51^o$. Obliczyć stosunek prędkości obu cząstek po zderzeniu.

6. *Zderzenie niesprężyste.* W wahadło o masie 2 kg uderza pocisk o masie 10 g. Po tym uderzeniu środek masy wahadła unosi się o 12 cm, licząc w kierunku pionowym. Obliczyć: a) prędkość pocisku przed zderzeniem, przyjmując, że utkwił on w wahadle, b) ilość ciepła, które wydzieliło się w wahadle.

7. *Energia dostępna dla reakcji.* Przy zderzeniach cząstek może dochodzić do reakcji, w wyniku której z obu cząstek powstaje nowy obiekt. Jeśli reakcja jest endotermiczna to może do niej dojść pod warunkiem, że po złączeniu cząstek pozostaje w układzie jeszcze pewna nadwyżka energii, nie mniejsza niż wymagana energia progowa reakcji. Tę nawyżkę należy obliczać w układzie środka mas.
   Proszę rozpatrzyć układ dwóch cząstek, z których jedna, o masie M, spoczywa, a w nią uderza cząstka o masie m z prędkością v. Cząstka m wnosi do układu energię kintetyczną $E_o = 1/2mv^2$. Pokazać, że dostępna energia dla zajścia reakcji wynosi $E = \frac{M}{m+M} E_o$.

8. *Ruch zmiennej masy.* Proszę zastosować drugą zasadę dynamiki $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ dla opisania ruchu w sytuacji, w której masa m zmienia sie w czasie ($\frac{dm}{dt} \neq 0$). Wyprowadzić wzór:
   $$\vec{F} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) - \vec{v}_1 \frac{dm}{dt},$$
   gdzie $\vec{F}$ jest siła zewnętrzną, $\vec{v}$ jest prędkością masy m w chwili t, a $\vec{v}_1$ to prędkość ubywającej (przybywającej) masy dm. (Często wygodnie jest wprowadzić prędkość względną $\vec{u}$ masy dm względem m, $\vec{u} = \vec{v}_1 - \vec{v}$ i posługiwać się równaniem w postaci $\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} - \vec{u}\ \frac{dm}{dt}$.)
   Wskaz.: Jeśli w jakiejś chwili t pęd wynosił $\vec{p}(t) = m(t)\vec{v}(t)$ to po upływie czasu dt pęd układu będzie złożony z dwóch pędów: $(m+dm)(\vec{v}+d\vec{v})$ (pęd zmienionej masy) oraz $-dm\cdot\vec{v}_1$ (pęd fragmentu o masie dm, który się odłączył (przyłączył)) w czasie dt. Następnie obliczyć przyrost pędu $d\vec{p} = \vec{p}(t+dt) - \vec{p}(t)$, rozpisać go, pominąć wyraz zawierający iloczyn dwóch nieskończenie małych wielkości $dm \cdot d\vec{v}$ i zastosować II zasadę dynamiki $\vec{F} = d\vec{p}/dt$.

9. Rakieta porusza się w przestrzeni kosmicznej, wyrzucając w sposób ciągły strumień gazów ze stałą prędkością u względem rakiety. W chwili początkowej masa rakiety wynosiła m_0 a jej prędkość była równa v_0. Znaleźć prędkość rakiety v w funkcji czasu, prędkość maksymalną w chwili gdy wyczerpie się zapas paliwa, który stanowi n–tą część całkowitej masy oraz czas, po którym to nastąpi. Predkość zmiany masy rakiety wynosi $\frac{dm}{dt} = -\lambda = const$ (wyrzut gazów).

10. W pewnym momencie z wagonu o masie M, poruszającego się ze stałą prędkością v_o, zaczyna sie wysypywać piasek. Ubytek masy w jednostce czasu $\mu = \frac{dM}{dt}$ jest stały. Znajdź prędkość wagonu jako funkcję czasu i przedstaw ją na wykresie. Przyjąć, że ruch jest bez tarcia. Założyć, że znana jest początkowa masa piasku $m_p < M$.