

- ruch obrotowy; moment pędu, prawo zachowania momentu pędu
- drgania harmoniczne

1. Wystrzelona z karabinu kula o masie m i prędkości v wbija się prostopadle w koniec pionowo wiszącego pręta o długości l i masie M , który może swobodnie obracać się dookoła poziomej osi przechodzącej prostopadle przez jego drugi koniec. Obliczyć kąt α o jaki odchyli się pręt, zakładając, że $0 < \alpha < \pi$.
Wskaz.: Zderzenie niesprężyste, zachowany jest moment pędu układu
2. Dwa krążki o momentach bezwładności I_1 i I_2 względem swoich osi zamocowane są tak, że mogą się obracać wokół swych osi prostopadłych do ich powierzchni. Krążki znajdują się jeden nad drugim, tak że ich osie obrotu pokrywają się. W chwili początkowej krążki obracają się w prędkościach kątowych ω_1 i ω_2 ($\omega_1 \neq \omega_2$). Oba krążki zbliżono do siebie i wskutek tarcia ich prędkości kątowe wyrównały się. Jakie wielkości są zachowane w tym procesie? Oblicz końcowe prędkości krążków oraz ilość ciepła jaka wydzieli się podczas tarcia między krążkami.
3. Na obracającej się bez tarcia, z częstością 1 min^{-1} , platformie znajduje się człowiek. Ma on ramiona wyciągnięte w bok i w każdej ręce trzyma ciężarek. W tej pozycji całkowity moment bezwładności człowieka i platformy wynosi $6 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. Jeżeli z chwilą przyciągnięcia ciężarków do siebie człowiek zmniejszy ogólny moment bezwładności do $2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ to a) jaka będzie prędkość kątowa platformy, b) o ile i kosztem czego zwiększy się jej energia kinetyczna?
Wskaz.: zachowany jest moment pędu układu

Drgania harmoniczne

4. Masz sprężynę o współczynniku sprężystości k i długości swobodnej l_0 . Potrzebujesz sprężyny o współczynniku sprężystości trzy razy większym. Ile należy odciąć?
5. Przedmiot leży na tłoku, który porusza się ruchem harmonicznym w kierunku pionowym z okresem 1s. a) Przy jakiej amplitudzie przedmiot oddzieli się od tłoka? b) Jeśli drgania tłoka mają amplitudę 5 cm, to jaka jest maksymalna częstość, przy której tłok i przedmiot jeszcze się stykają.
6. Jak połączyć (szeregowo? równolegle?) dwie sprężyny o współczynnikach sprężystości odpowiednio k_1, k_2 , ażeby współczynnik sprężystości k połączonych sprężyn wynosił: a) $k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$, b) $k = k_1 + k_2$?
7. Opisać równaniem ruchu harmonicznego drgania wahadła fizycznego przy małych wychyleniach od równowagi. Przykładowe zagadnienie: krążek z blachy (masa 0.2 kg, średnica 15 cm) zawieszono swobodnie na osi poziomej, przechodzącej przez punkt odległy od środka krążka o $2/3 R$ i wprawiono w ruch drgający. Znaleźć wzór na okres małych drgań i obliczyć ten okres dla konkretnych danych.
8. Wahadłem jest cienki pręt o długości L i masie m , zamocowany obrotowo w punkcie odległym o d od środka. Znajdź wzór na okres małych drgań takiego wahadła.
9. Znaleźć amplitudę drgań harmonicznym punktu materialnego, jeżeli jego całkowita energia jest równa $4 \cdot 10^{-2} \text{ J}$, a działająca nań siła przy wychyleniu do połowy amplitudy jest równa 2 N .
10. Pokaż, że sumaryczna energia kinetyczna i potencjalna jest stała w ruchu harmonicznym.
11. Obliczyć średnią energię kinetyczną i średnią energię potencjalną w czasie jednego okresu ruchu harmonicznego (bez tłumienia).

Zadania nadobowiązkowe

1. *Zadanie nadobowiązkowe.* Układ mechaniczny składa się z dwóch jednorodnych, jednakowych walców, na które symetrycznie nawinięto dwie lekkie nici. Górny walec może się obracać wokół stałej osi poziomej (tarcie na osi zaniedbać). Dolny walec, o osi równoległej do górnego, będzie opadał pionowo w dół, w miarę jak będą się odwijać nici. Znajdź siłę naciągu każdej nici w czasie ruchu jeśli masa każdego z walców jest równa m .

Wskaz.: Skonstruuj równania ruchu: obrotowego dla górnego walca wywołanego momentem $2NR$, postępowego dla dolnego walca wywołanego siłą $mg - 2N$, obrotowego dla dolnego walca wzgl. środka masy, ew. wzgl. chwilowej osi obrotu (nie zapominamy, że dolny walec jest układem nieinercyjnym, mającym przyspieszenie punktów odwijającej się nici a_1).
Odp.: $N = \frac{1}{10}mg$.

2. *Nadobowiązkowe.* Ruch precesyjny - wyjaśnij zachowanie popularnej zabawki: obrotowego bączka. Dysk osadzony na osi prostopadłej w odległości R od punktu podparcia osi został wprowadzony w ruch obrotowy z prędkością kątową ω , przy czym oś obrotu nachylona jest do pionu pod kątem α . Opisać powstały ruch precesyjny i wyznaczyć prędkość precesji ω_p . Wykonać obliczenia ω_p dla danych: średnica dysku 12 cm, $R = 7$ cm, częstość obrotów 10 obr/s.
3. *Proszę zastanowić się nad poniższym zadaniem.*
Koralik o masie m nawleczono na gładki (brak tarcia) poziomy drut i połączono ze sprężyną (masę jej zaniedbać), której drugi koniec jest sztywno zamocowany w odległości D od preta. Długość swobodna sprężyny wynosi L_0 , jej współczynnik sprężystości = k . Rozpatrzeć przypadki $D < L_0$ oraz $D > L_0$.
a) Znaleźć energię potencjalną w funkcji położenia koralika na przecie; przedstawić ją na wykresie. b) analizując funkcję energii potencjalnej znaleźć punkty równowagi i określić czy jest ona trwała czy nietrwała. c) Rozwinąć funkcję energii potencjalnej wokół punktów równowagi wg. wzoru Taylora. d) małe drgania: zakładając, że wychylenie z punktu równowagi trwałej jest małe, pokazać (stosując używane rozwinięcie), że z postaci energii potencjalnej możemy wywnioskować, że ruch jest harmoniczny. e) Obliczyć okres drgań dla możliwych przypadków.

