

PODSTAWY TEORII LICZB – ZADANIA

Zestaw nr.4 –Równania diofantyczne

Zad.1 Znajdź wszystkie rozwiązania w liczbach całkowitych równań:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & 3x + 5y = 1; \\ \text{b)} & 999x - 49y = 5000; \\ \text{c)} & 172x + 20y = 100; \\ \text{d)} & 903x + 731y = 2107. \end{array}$$

Zad.2 Znajdź wszystkie rozwiązania w liczbach całkowitych równań:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & 5x + 3y = 12; \\ \text{b)} & 15x + 7y = 111; \\ \text{c)} & 21x + 6y = 15; \\ \text{d)} & 40x + 63y = 521. \end{array}$$

Zad.3 Wykaż, że równanie

$$x^3 + y^3 = 4(x^2y + xy^2 + 1)$$

nie ma rozwiązania w liczbach całkowitych.

Zad.4 Rozwiąż równanie

$$p^q + q^p = r, \quad p, q, r \in \mathbb{P}.$$

Zad.5 Udowodnij twierdzenie: *Iloczyn kolejnych czterech liczb naturalnych nie może być kwadratem liczby naturalnej.*

Zad.6 Rozwiąż w liczbach naturalnych

$$n^x + n^y = n^z.$$

Zad.7 Rozwiąż w liczbach naturalnych

$$x^{19} + x^{95} = 2x^{19+95}.$$

Zad.8 Znajdź rozwiązanie równania

$$2^m - 3^n = 1.$$